

Решение задания 1 ЕГЭ

Теория

Для выполнения задания 1 по информатике необходимо знать:

В двоичной системе:

- четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
- числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2^k , оканчиваются на k нулей
- числа вида 2^k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например: $16 = 2^4 = 1000_2$
- числа вида $2^k - 1$ записываются в двоичной системе k единиц, например: $15 = 2^4 - 1 = 1111_2$
- Степени числа 2 : $2^0=1, 2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16, 2^5=32, 2^6=64, 2^7=128, 2^8=256, 2^9=512, 2^{10}=1024$. Их можно очень быстро записать на черновике, если не помните наизусть.

Наиболее часто встречающиеся в решении задач системы счисления:

В двоичной системе счисления две цифры: 0 и 1.

В восьмеричной системе счисления восемь цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

В десятичной системе счисления 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

В шестнадцатеричной системе счисления 16 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Ниже будут приведены соотношения этих систем счисления между собой.

Наиболее простым способом перевода числа с одной системы счисления в другую, является перевод числа сначала в десятичную систему счисления, а затем, полученного результата в требуемую систему счисления.

Перевод целой части числа из десятичной системы счисления в другую систему счисления

Целая часть переводится из десятичной системы счисления в другую систему счисления с помощью последовательного деления целой части числа на основание системы счисления до получения целого остатка, меньшего основания системы счисления. Результатом перевода будет являться запись из остатков, **начиная с последнего, то есть справа налево**.

Пример: перевести число 345 из десятичной системы счисления в двоичную:

Целая часть числа находится делением на основание новой

345		2																
-344		172		2														
1		-172		86		2												
		0		-86		43		2										
				0		-42		21		2								
						1		-20		10		2						
								1		-10		5		2				
										0		-4		2		2		
												1		-2		1		
														0				

Результат перевода:

$$345_{10} = 101011001_2$$

Пример: перевести число 345 из десятичной системы счисления в восьмеричную:

Целая часть числа находится делением на основание новой

345	8	
-344	43	8
1	-40	5
	3	

Результат перевода:

$$345_{10} = 531_8$$

Пример: перевести число 845 из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную:

Целая часть числа находится делением на основание новой

845	16	
-832	52	16
13=D	-48	3
	4	

Получилось: $845_{10} = 34D_{16}$

Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную систему счисления

Для перевода числа из любой системы счисления в десятичную достаточно пронумеровать его разряды, начиная с нулевого (справа налево). После этого найти сумму произведений цифр числа на основание системы счисления в степени позиции этой цифры

Пример: перевести число 101011001 из двоичной системы счисления в десятичную:

$$101011001_2 = 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 256 + 0 + 64 + 0 + 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 345_{10}$$

Получилось: 345_{10}

Пример: перевести число 531 из восьмеричной системы счисления в десятичную:

$$531_8 = 5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 320 + 24 + 1 = 345_{10}$$

Получилось: **345₁₀**

Пример: перевести число 34D из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную:

$$34D_{16} = 3 \cdot 16^2 + 4 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 = 768 + 64 + 13 = 845_{10}$$

Получилось: **845₁₀**

Перевод дробного числа из десятичной системы счисления в другую систему счисления

Чтобы перевести такое число в другую систему счисления, надо сначала перевести целую часть числа в эту систему, потом отдельно дробную и затем соединить между собой результаты вычислений. Целая часть числа переводится как обычно, а вот дробная – иначе.

Чтобы перевести дробное число в систему счисления с основанием N нужно последовательно умножать число на N до тех пор, пока дробная часть не обнулится или же не будет получено требуемое количество разрядов. Если при умножении получается число с целой частью, отличное от нуля, то целая часть дальше не учитывается, так как последовательно заносится в результат, а умножение продляется.

Легче всего это понять на практическом примере

Например, переведем число 9,13 из десятичной системы счисления в двоичную, при этом оставим точность в десятичной части в 5 разрядов.

Решение:

Приведем целую часть числа 9,13 в систему счисления 2 последовательным делением на число 2, поскольку мы переводим в двоичную систему счисления:

- $9/2=4$ остаток **1**
- $4/2=2$ остаток **0**
- $2/2=1$ остаток **0**
- $1/2=0$ остаток **1**

Записав полученные цифры в ряд снизу вверх, получим:

$$9_{10} = 1001_2$$

Приведем дробную часть числа 9.13 в систему счисления 2 последовательным умножением на число 2, поскольку мы переводим в двоичную систему счисления:

- $0.13 \cdot 2 = 0.26 = 0.26 + 0$
- $0.26 \cdot 2 = 0.52 = 0.52 + 0$
- $0.52 \cdot 2 = 1.04 = 0.04 + 1$
- $0.04 \cdot 2 = 0.08 = 0.08 + 0$
- $0.08 \cdot 2 = 0.16 = 0.16 + 0$

Записав полученные цифры в ряд сверху вниз, получим:

$$0.13_{10} = 0.00100_2$$

Объединив целые и дробные части, получим **решение:**

$$9.13_{10} = 1001.001_2$$

Переведем теперь к примеру число 16,594 из десятичной системы счисления в двоичную, при этом оставим точность в десятичной части в 5 разрядов.

Решение:

Приведем целую часть числа 16.594 в систему счисления 2 последовательным делением на число 2, поскольку мы переводим в двоичную систему счисления:

- $16/2=8$ остаток **0**
- $8/2=4$ остаток **0**
- $4/2=2$ остаток **0**
- $2/2=1$ остаток **0**
- $1/2=0$ остаток **1**

Записав полученные цифры в ряд снизу вверх, получим:

$$16_{10} = 10000_2$$

Приведем дробную часть числа 16.594 в систему счисления 2 последовательным умножением на число 2, поскольку мы переводим в двоичную систему счисления :

- $0.594 \cdot 2 = 1.188 = 0.188 + 1$
- $0.188 \cdot 2 = 0.376 = 0.376 + 0$
- $0.376 \cdot 2 = 0.752 = 0.752 + 0$
- $0.752 \cdot 2 = 1.504 = 0.504 + 1$
- $0.504 \cdot 2 = 1.008 = 0.008 + 1$

Записав полученные цифры в ряд сверху вниз, получим:

$$0.594_{10} = 0.10011_2$$

Объединив целые и дробные части, получим решение:

$$16.594_{10} = 10000.10011_2$$

Перевод дробного числа из произвольной системы счисления в другую систему счисления

Принцип перевычислений здесь такой – над каждой цифрой числа надписывается ее разряд начиная с нуля (влево от запятой – с плюсом), справа от нуля начиная с 1 с минусом. Затем каждая цифра числа умножается на основание системы счисления, возведенное в степень, равную разряду. Потом эти полученные от умножения числа складываются.

Такие переводы легче изучить на практических примерах.

Пример перевода из двоичной в десятичную систему счисления.

$$1010010,101_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = \\ = 64 + 0 + 16 + 0 + 0 + 2 + 0 + 0,5 + 0 + 0,125 = 82,625_{10}$$

Пример перевода из восьмеричной в десятичную систему счисления.

$$108,5_8 = 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 8 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} = 64 + 0 + 8 + 0,625 = 72,625_{10}$$

Пример перевода из шестнадцатеричной в десятичную систему счисления.

$$108,5_{16} = 1 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 + 5 \cdot 16^{-1} = 256 + 0 + 8 + 0,3125 = 264,3125_{10}$$

Отдельно стоит сказать об особенностях перевода чисел, имеющих в основании степени двойки. Это системы двоичная, четверичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и тп.

Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную, его нужно разбить на триады (тройки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую триаду нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой.

Пример. Число 1001011_2 перевести в восьмеричную систему счисления.

$$001 \ 001 \ 011_2 = 113_8$$

Чтобы перевести число из двоичной системы в шестнадцатеричную, его нужно разбить на тетрады (четверки цифр), начиная с младшего разряда, при необходимости дополнив старшую тетраду нулями, и каждую тетраду заменить соответствующей шестнадцатеричной цифрой.

Пример. Число 1011100011_2 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$0010 \ 1110 \ 0011_2 = 2E3_{16}$$

Для перевода восьмеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой.

Пример. Число 531 в восьмеричной системе счисления перевести в двоичную систему счисления.

$$531_8 = 101\ 011\ 001_2$$

Для перевода шестнадцатеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной тетрадой.

$$531_{16} = 10\ 100\ 110\ 001_2$$

Есть еще один простой способ решения. Способ основан на составлении таблиц триад и тетрад.

Порядок составления таблицы:

В первый столбик выписываем 8 нулей и 8 единиц.

Во втором столбике 4 нуля и 4 единицы, потом опять 4 нуля и 4 единицы.

В третьем столбике 2 нуля и 2 единицы, и так до конца столбика.

В четвертом столбике 1 ноль и одна единица, и так до конца столбика.

В пятом столбике выписываются цифр в шестнадцатеричной системе счисления начиная с нуля. Получается такая таблица:

0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	8
1	0	0	1	9
1	0	1	0	A
1	0	1	1	B
1	1	0	0	C
1	1	0	1	D
1	1	1	0	E
1	1	1	1	F

Как пользоваться таблицей:

Например, перевести число 6F1A из шестнадцатеричной в двоичную систему счисления.

Результат:

0110	1111	0001	1010
6	F	1	A

$$6F1A_{16} = 10111100011010_2$$

И наоборот, перевести 10111100011010 в двоичной системе счисления в шестнадцатеричную. Разбиваем справа налево на тетрады, в самую левую тетраду, в которой три цифры, добавляем незначащий 0 и по таблице ищем соответствие тетрадам шестнадцатеричного кода.

0110	1111	0001	1010
6	F	1	A

Точно так же с восьмеричным кодом, только там разбиваем двоичный код справа налево на триады.

110	111	001	101
6	7	1	5

$$110111001101_2 = 6715_8$$

Для перевода между восьмеричной и шестнадцатеричной системами надо предварительно перевести эти числа в двоичную систему.

Примеры решения задач

Задача 1

$10101100_2 - 251_8 + 3_{16}$. Ответ записать в десятичной системе счисления.

Решение

Переведем число 10101100_2 в восьмеричную систему счисления. По таблице триад и тетрад определяем, что 10101100_2 - это 254_8 . Тогда исходное выражение можно переписать так: $254_8 - 251_8 + 3_{16} = 3_8 + 3_{16} = 3_{10} + 3_{10} = 6_{10}$. (так как 3_8 - это и 3_{10} , а также 3_{16} - это тоже 3_{10}).

Таким образом, **ответ - 6_{10}** .

Задача 2

Сколько единиц в шестнадцатеричной записи числа 110101111_2 ?

Решение

Разобьем исходное число 110101111_2 справа налево на тетрады. 000110101111 . по таблице триад и тетрад получаем, что 0001 - это 1, 1010 - это A, 1111 - это F, то есть $110101111_2 = 1AF_{16}$.

Ответ - одна единица.

Задача 3

Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа $73F2_{16}$?

Решение

Обращаемся к таблице триад и тетрад (переводим каждую цифру шестнадцатеричного числа в двоичную тетраду) :

7 – это 0111, 3 – это 0011, F – это 1111, 2 – это 0010, то есть $73F2_{16}=111\ 0011\ 1111\ 0010_2$
Остается подсчитать количество единиц – у нас это 10.

Ответ – 10

Задача 4

Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 76345_8 ?

Решение

Переводим исходное восьмеричное число на двоичные триады:

7	6	3	4	5
111	110	011	100	101

Таким образом, $76345_8 = 111\ 110\ 011\ 100\ 101_2$. Значащих нулей здесь 5.

Ответ – 5.

Задача 5

Дано: $a=10100111_2$, $c=A9_{16}$. Найдите целое значение числа b , которое отвечает условию

$$a < b < c$$

Решение

Переведем все числа в десятичную систему счисления:

$$a=10100111_2 = 2^7+2^5+2^2+2^1+2^0=128+32+4+2+1=167$$

$$c=A9_{16}=A \cdot 16+9 \cdot 16^0=10 \cdot 16+9=169$$

$$167 < b < 169,$$

Отсюда $b=168$

Ответ – 168

Задача 6

Укажите наименьшее число, двоичная запись которого содержит ровно 5 значащих нулей и две единицы. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

Решение

Значащие нули не могут стоять в начале числа, следовательно в начале стоит 1, а наименьшее число с единицей предполагает единицу в конце числа:

$$1\ 000\ 001_2 = 2^6 + 2^0 = 64 + 1 = 65$$

Ответ – 65

Задача 7

Укажите наибольшее четырехзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит ровно три нуля и девять единиц.

Решение

В восьмеричной системе счисления число должно быть четырехзначным, значит в двоичной системе число должно состоять из четырех триад:

xxx xxx xxx xxx

Для того, чтобы число было наибольшим, надо чтобы левые разряды были заполнены единицами, а то, что осталось справа – нулями. То есть, таким числом будет

111 111 111 000₂

Теперь переведем это число в восьмеричную систему счисления. Воспользуемся таблицей триад: такое число в восьмеричной системе будет 7770₈.

Ответ – 7770.

Задача 6

Укажите наименьшее пятизначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит ровно шесть единиц.

Решение:

В восьмеричной системе счисления число должно быть пятизначным, значит в двоичной системе число должно состоять из пяти триад:

xxx xxx xxx xxx xxx

В левом разряде обязательно должна быть единица: 001, так как если там будут нули (000), то это незначащие нули, они вычеркнутся и число будет уже четырехзначным.

При этом первая триада может быть любой, кроме 000. Нам нужно наименьшее число, возьмем наименьшую возможную первую триаду:

001 000 000 011 111

Теперь переведем это число в восьмеричную систему счисления. Воспользуемся таблицей триад: это число в восьмеричной системе будет 10037.

Ответ - 10037₈

Задача 8

Вычислите значение выражения $9E_{16} - 94_{16}$.

В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Решение

Задача очень простая. Решим ее несколькими способами.

Первый способ.

$$9E_{16}$$

$$94_{16} \quad \text{Вычитаем поразрядно: } 9 - 9 = 0, \quad E - 4 = 14 - 4 = 10.$$

Второй способ переводом в десятичную систему:

$$9E_{16} = 158_{10}$$

$$94_{16} = 148_{10} \quad \text{Вычитаем в десятичной системе счисления и получаем } 10.$$

Третий способ – переводом в двоичную систему по таблице тетрад:

$$1001\ 1110_2 - 1001\ 0100_2 = 1010_2 = 10_{10}$$

Ответ – 10
