

Решение задания 5 ЕГЭ

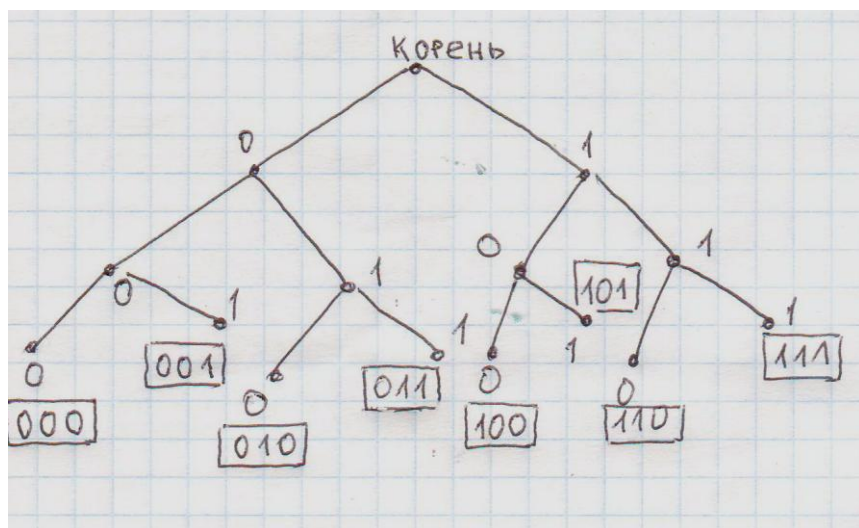
При решении подобных задач для однозначного декодирования используется условие Фано: никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Задача 1

Некоторая последовательность закодирована буквами А, Б, В, Г, Д, Е. для кодирования используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Код буквы А 0, код Буквы Б – 10. Какова наименьшая возможная сумма длин кодовых слов для букв В, Г, Д, Е?

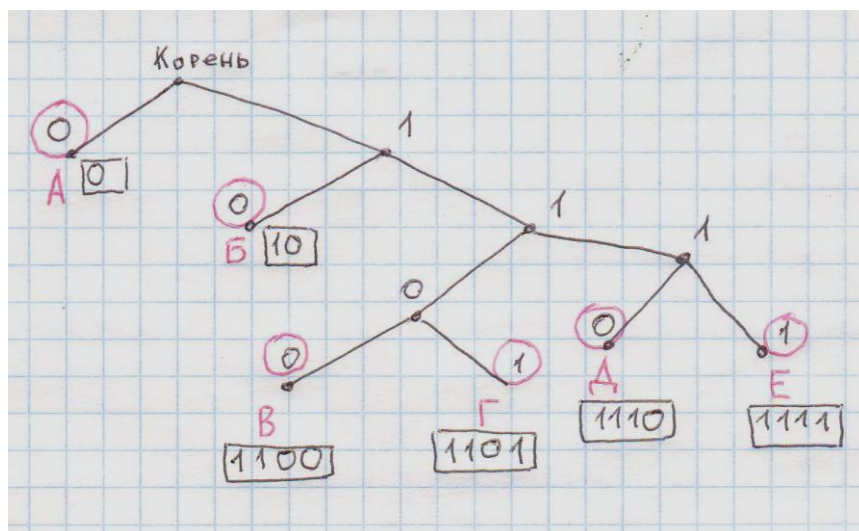
Решение

Для решения такой задачи будем строить дерево.



Показан вариант дерева. В прямоугольниках показаны коды верхних точек этого дерева.

Теперь к условию задачи.



Наносим на дерево коды букв А и Б. Последнюю цифру кода обводим кружком. Это будет означать, что после кружка эту ветвь дерева продолжать нельзя. В принципе, это и есть условие Фано, только более понятное ученикам. Есть кружок – все, дальше за ним ничего не строим. А и Б обведены кружком, за кружками ничего не делаем. Осталась свободная только единица, в этом направлении и будем продолжать движение. Нам нужно так нарисовать ветви дерева, чтобы на их концах разместились четыре буквы, причем путь к буквам должен быть наименьшим. На рисунке такое

дерево показано. В прямоугольниках – получившиеся коды букв. Видим, что у букв В, Г, Д, Е коды состоят их четырех цифр, в сумме эти коды состоят из 16 цифр. Обратить внимание – в условии не запрашивается определить длину всех цепочек, а только содержащих буквы В, Г, Д, Е.

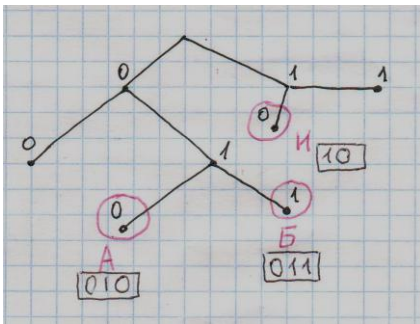
Ответ - 16

Задача 2

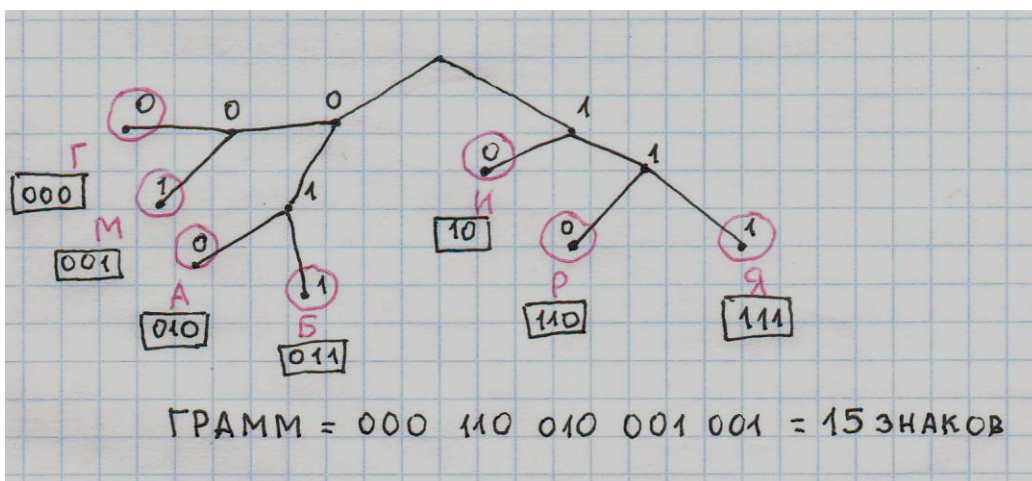
По некоему каналу связи передается сообщение, в котором используются 10 букв А, Б, Г, И, М, Р, Я. Используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова некоторых букв известны: А – 010, Б – 011, И – 10. Какое наименьшее количество знаков потребуется для кодирования слова ГРАММ?

Решение

Построим дерево и нанесем на него условие задачи.



Из рисунка видим, что свободные ветви для построения других букв есть только в направлениях 00 и 11. Там, где нанесены кружки, продолжать построения уже нельзя. Для того, чтобы нанести оставшиеся четыре буквы, надо от нуля и единицы нарисовать еще по две ветки 0-1:



Получили, что для слова ГРАММ нужно 15 знаков (цифр). На самом деле это не так. Все дело в двойной букве М. из-за того, что она двойная, ее нужно ставить как можно ближе к корню дерева.

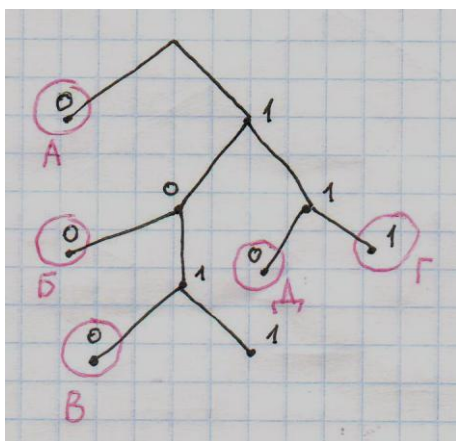
Задача 4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д применяется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Известны коды букв: А - 0, Б – 100, В – 1010, Г – 111, Д – 110. Требуется сократить одну из букв кодового слова так, чтобы по прежнему код можно было декодировать однозначно. Коды остальных букв меняться не должны. Как из приведенных способов это можно сделать?

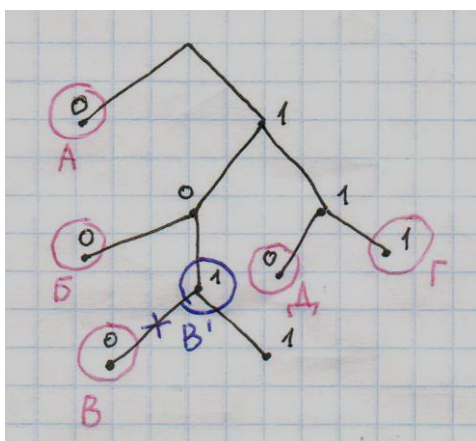
1. Для буквы В – 101
2. Для буквы В – 010
3. Для буквы Б - 10

Решение

Строй дерево и наносим на него условие задачи.

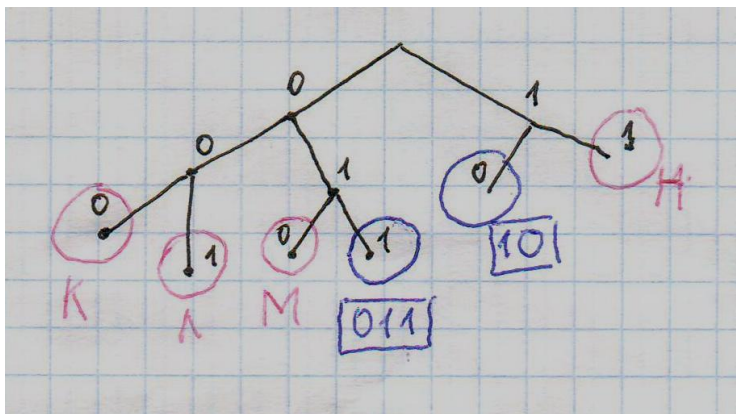


Рассмотрим вариант сокращения длины кодового слова для буквы В (101):

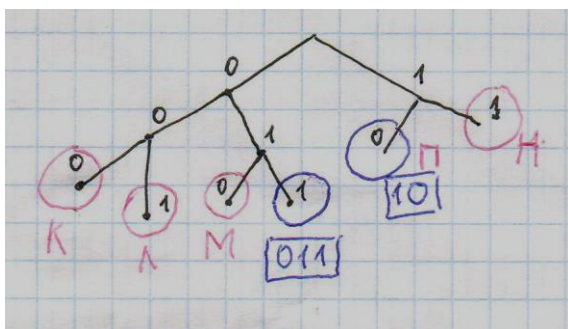


Вариант 1. Если мы поставим букву В в место, отмеченное синим кружком, то код буквы В станет 101. Остальные коды при этом не поменяются, то есть этот вариант сокращения длины кода нам подходит. На всякий случай проверим другие предлагаемые варианты сокращения длины кода.

Вариант 2. Попробуем изменить код буквы В на 010.



Приведем коды к трехзначному виду – спереди 10 припишем незначащий ноль: 010. Из кодов 011 и 010 наименьшим будет код 010. таким образом, ответ – 10.



Ответ – 10.
