

Решение задания 6 ЕГЭ

Задача 1 (задача из демоварианта ЕГЭ по информатике 2019 г.)

На вход некоего алгоритма подается натуральное число N . Алгоритм по этому числу N строит новое число R следующим образом:

- Число N переводится в двоичную систему
- Это число N анализируется – если N четное, то в конец его (справа) дописывается 01
 - если N нечетное, то в конец его (справа) дописывается 10.

К примеру, $4_{10} = 100_2$, мы дописываем к нему 01 и получаем 10001_2 ,

$7_{10} = 111_2$, мы дописываем к нему 10 и получаем 11110_2

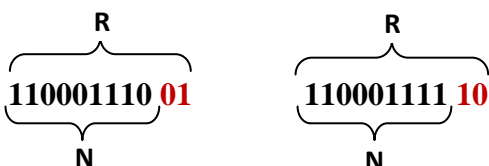
Полученные таким образом числа (в двоичной системе счисления) назовем R , и они будут являться результатом работы алгоритма. Обратите внимание – в числе R на 2 разряда больше, чем в числе N . Необходимо указать минимальное число R , которое является результатом работы алгоритма и больше 102. Ответ дать в десятичной системе счисления.

Решение

Если в десятичной системе число четное, то и в двоичной системе оно четное и заканчивается на 0. Если же в десятичной системе число нечетное, то и в двоичной системе оно тоже нечетное и заканчивается на 1.

Рассмотрим это на отвлеченном примере. Если, к примеру, число N равно 10110_2 , то R будет равно 1011001_2 , а если N будет равно 10111_2 то R в результате работы алгоритма будет равно 1011110_2

Обратите внимание - в двоичном числе R в конце будет только 01 или 10, никаких других комбинаций. Это важно.



Будем решать задачу методом перебора. Первое число R , большее 102 – это 103. Переводим его в двоичную систему счисления и проверяем. При этом нужно помнить, что в двоичном числе R на два знака больше, чем в двоичной записи числа N ., это результат работы алгоритма.

R=103₁₀	64	32	16	8	4	2	1	R=11001 11₂
	1	1	0	0	1	1	1	

В полученном двоичном R число N будет равно 11001_2 , это нечетное число, алгоритм должен был поставить в конце 10, а у нас в конце R стоит 11 – такого быть не может, значит число 103 не подходит.

Проверяет число 104.

R=104₁₀	64	32	16	8	4	2	1	R=11010 00₂
	1	1	0	1	0	0	0	

В полученном двоичном R число N будет равно 11010_2 , это четное число, алгоритм должен был поставить в конце 01, а у нас в конце R стоит 00 – такого быть не может, значит число 104 не подходит.

Проверяем число 105.

R=105₁₀	64	32	16	8	4	2	1	R=11010 01₂
	1	1	0	1	0	0	1	

В полученном двоичном R число N будет равно 11010_2 , это четное число, алгоритм должен был поставить в конце 01, у нас в конце R как раз и стоит 01 – такое нам подходит.

Не забываем, что ответ надо дать в десятичной системе счисления и дать число R, а не N..

Ответ – 105.

Задача 2 (задача из демоварианта ЕГЭ по информатике 2018 г.)

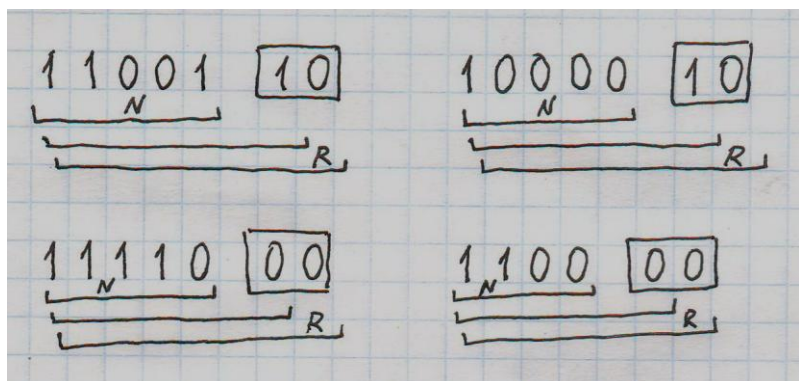
На вход некоего алгоритма подается натуральное число N. Алгоритм по этому числу N строит новое число R следующим образом:

- Число N переводится в двоичную систему
- К этой записи дописываются справа еще два разряда по следующему правилу:
- Складываются все цифры двоичной записи числа N и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа) (например запись 111000 преобразуется в 1110001).
- Над этой записью производятся те же действия - складываются все цифры двоичной записи числа и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа).

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью числа R. Найдите минимальное число R, которое превышает число 83 и может являться результатом работы данного алгоритма. В ответ это число запишите в десятичной системе счисления.

Решение

Нарисуем графически работу алгоритма, так проще будет представить ее. Из рисунка видно, что какое бы мы число N не вводили на вход алгоритма, результатом работы алгоритма будет только четное число и только комбинация цифр 10 или 00. То есть число R будет всегда четным и всегда будет в двоичной форме записи заканчиваться на 10 или 00.



Проверяем первое четное число, большее 83. Это 84.

R=84₁₀	64	32	16	8	4	2	1	R=10101 00₂
	1	0	1	0	1	0	0	

В полученном двоичном R число N будет равно 10101₂, сумма цифр в нем равна 3, после деления на 2 остается 1, значит справа нужно записать 10. А у нас – 00, то есть число 84 нам не подходит. Проверяем следующее четное число, большее чем 83. Это число 86.

R=86₁₀	64	32	16	8	4	2	1	R=10101 10₂
	1	0	1	0	1	0	0	

В полученном двоичном R число N будет равно 10101₂, сумма цифр в нем равна 3, после деления на 2 остается 1, значит справа нужно записать 10. У нас – 10, то есть число 86 нам подходит.

Ответ записываем в виде десятичного числа:

Ответ – 86

Задача 3

На вход алгоритма подаётся натуральное число N ($30 \geq N \leq 60$). Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом:

1. Строится двоичная запись числа N.
2. К этой записи дописываются справа еще два разряда по следующему правилу:
 - а) складываются три левых разряда двоичной записи числа, и остаток от деления этой суммы на 2 дописывается в конец числа справа. Например, запись 111010 преобразуется в запись 11101001.
 - б) складываются четыре правых разряда нового числа, и остаток от деления этой суммы на 2 дописывается в конец числа справа, например запись 11101001 преобразуется в 111010010.

Полученная таким образом запись является двоичной записью числа R. Укажите такое наименьшее число N, для которого результат работы алгоритма больше 130. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

Решение

В начале найдем значение 130 в двоичной системе счисления.

R=130₁₀	128	64	32	16	8	4	2	1	R=100000 10₂
	1	0	0	0	0	0	1	0	

По условию в R отсекаем два правых разряда – оставшееся будет числом N. То есть, у нас число $N=100000_2$

К этому числу применяем действие алгоритма. После сложения трех левых разрядов и деления суммы на 2 получаем 1. Дописываем единицу справа N: 1000001₂

Теперь складываем у этого числа четыре разряда справа и делим сумму на 2. Получаем 1, дописываем ее справа: 10000011₂ Это число R. Получим из этого числа число N. Для этого отбросим два крайних правых разряда и переведем получившееся число в десятичную систему счисления. $100000_2 = 32_{10}$

Переведем 10000011₂ в десятичную систему счисления:

R=131₁₀	128	64	32	16	8	4	2	1	R=100000 11₂
	1	0	0	0	0	0	1	1	

Получаем в итоге: при $N=32_{10}$ $R=131_{10}$. То есть, выполняются условия $131 > 130$ и 32 входит в диапазон $30 \geq N \leq 60$. Таким образом,

Ответ – 32

Задача 4

Автомат получает на вход четырехзначное число. По этому числу автомат строит новое число по следующим правилам.

Складываются первая и вторая, вторая и третья, а потом третья и четвертая цифры исходного числа. Полученные три суммы записываются друг за другом в порядке возрастания без разделителей.

Пример: исходное число 8543. Получившиеся суммы: $8+5=13$, $5+4=9$, $4+3=7$. Записываем в порядке возрастания: 7913, это и есть результат.

Задание: найти наибольшее число, в результате обработки которого автомат выдаст число 2512.

Решение

Обратить внимание: складываются две цифры, каждая из которых имеет значение от 0 до 9, то есть сумма их не может превышать 18.

Рассмотрим число 2512. Число 25 получиться никак не может (максимум 18). 51 не может быть по той же причине. Значит, первое число будет 2, затем 5 и последнее 12.

Ищем наибольшее число. Наибольшее число будет тогда, когда наиболее большие цифры стоят в левых (старших) разрядах. Например, число 9256 будет больше числа 2134. Это означает, что слева у нас будут цифры, из которых получено число 12, так как цифры, из которых получено число 12 явно больше, чем цифры, из которых получены числа 2 и 5.

Наибольшее двухзначное число, из цифр которого можно составить сумму 12 – это 93. Получилось:

9 3 _ _

Дальше ищем наибольшее двухзначное число, из цифр которого можно получить число 5 (эта сумма должна получаться сложением второй и третьей цифры исходного числа. Вторая цифра уже известна - это 3. Однозначно получаем, что чтобы сумма была 5, третья цифра должна быть 2:

9 3 2 _

Остается найти третью и четвертую цифры, которые в сумме дадут 2. Третья цифра известна – это 2, значит последняя цифра будет 0.

9 3 2 0

Таким образом,

Ответ – 9320
