

Решение задания 9 ЕГЭ (изображения)

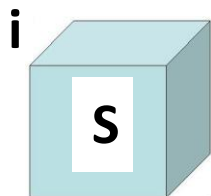
Задачи задания 9 ЕГЭ, предлагавшиеся в 2019 году, это задачи на использование изображений. Предлагаемые в Интернете способы решений не очень явные и наглядные. Для решения таких задач лучше сначала нарисовать картинку, зрительно представить себе суть задачи. При этом важно следить за размерностью входных и выходных данных.

Задача 1

Дано растровое изображение размером 200x256 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим, без промежутков. Объем файла с изображением не может превышать 65 Кбайт. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Решение

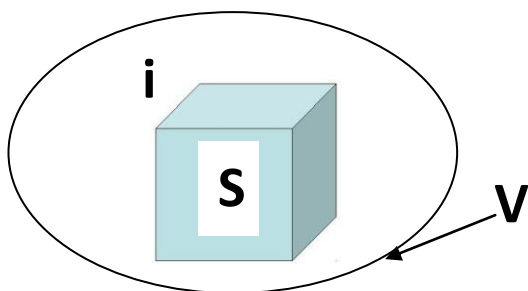
При решении этой задачи соотношение всей информации легче всего представить графически. Нарисуем параллелепипед.



Здесь S – это площадь растрового изображения. В нашем случае $S = 200 \times 256$ пикселей или 200×256 **битов**. (1 пиксель – это 1 бит).

I – глубина цвета, измеряется в **битах**. Что такое глубина цвета? Это объем одного пикселя. То есть, если взять изображение 1×1 px, то вся палитра цветов для этого изображения и будет глубиной цвета.

Объем файла графически выражается как объем параллелепипеда, то есть $V = S \cdot i$



Значения V и S даны в условии задачи. Определяем I – глубину цвета.

$$i = V / S$$

$$\begin{aligned} i &\leq \frac{65 \cdot 1024 \cdot 8}{200 \cdot 256} = \frac{65 \cdot 2^{10} \cdot 8}{200 \cdot 2^8} = \frac{65 \cdot 2^2 \cdot 8}{200} = \\ &= \frac{65 \cdot 2^2}{25} = \frac{13 \cdot 4}{5} = \frac{52}{5} = 10 \frac{2}{5} \end{aligned}$$

В числителе мы перевели 65 Кбайт в биты.

Глубина цвета i не может быть дробным числом, в нашем случае она может быть равной либо 10 либо 11. Равным 11 i не может быть, так как объем файла в этом случае будет больше 65 Кбайт. Значит, i будет равно 10.

Количество цветов в палитре вычисляется как $N=2^i$ (это формула Хартли) или 2^{10} или 1024.

Решение с использованием рисунка значительно облегчает понимание смысла задачи облегчает само решение..

Ответ – 1024

Вышеприведенная задача может видоизменена так: дано количество цветов в палитре (это большое число), а определить надо будет либо размер файла, либо размер изображения, либо глубину цвета. Решается такая задача по аналогии с предыдущей. Сначала рисуем картинку, по ней определяем, как найти неизвестное. Все достаточно просто. Но – в этом случае N может быть большим числом и вычислить i будет затруднительно. В этом случае полезно запомнить большие степени двойки:

$$2^{16} = 65\,536 \sim 65 \text{ тыс}$$

$$2^{24} = 16\,777\,216 \sim 16,8 \text{ млн}$$

$$2^{32} \sim 4,2 \text{ млрд}$$

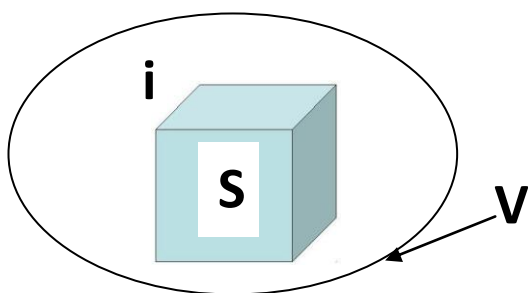
В таких задачах как правило будут использовать степени двойки, кратные 8. Это может пригодиться при решении задач, когда времени на решение отводится мало и считать степени некогда.

Задача 2

Какой минимальный объем памяти (в Кбайтах) нужно будет зарезервировать, чтобы можно было сохранить растровое изображение размером 64x64 пикселя при условии, что в изображении используется 256 цветов?

Решение

Нам дано: $S = 64 \times 64$ px и $N = 256$ бит



$$N=2^i = 256, \text{ отсюда получаем } i = 8$$

$$S = 64 \times 64 = 2^6 * 2^6 = 2^{12}$$

$$V = S * i = 2^{12} * 8 = 2^{12} * 2^3 = 2^{15} \text{ бит}$$

Переведем биты в байты, затем в килобайты:

$$\frac{2^{15}}{2^{10} \cdot 2^3} = \frac{2^{15}}{2^{13}} = 2^2 = 4 \text{ кбайт}$$

Ответ – 4 Кбайт
