

Решение задания 13 ЕГЭ

Задача 1

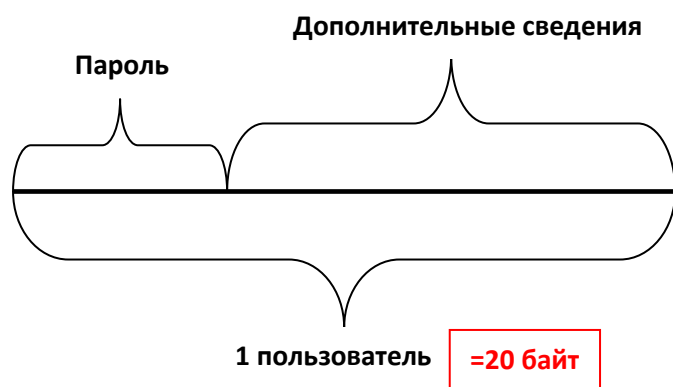
При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 7 символов и содержащий только символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 600 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение

Для решения применяется формула Хартли: $N=2^i$, где N – мощность алфавита, а i – количество битов для хранения одного символа.

Сведения об одном пользователе состоят из пароля и дополнительной информации:



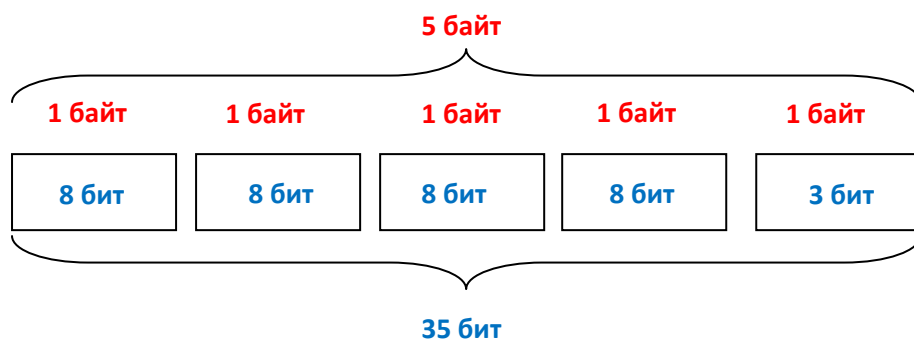
На хранение сведений о 30 пользователях отводится 600 байт, значит на одного пользователя отводится 20 байт.

Обратите внимание – сведения о пользователе измеряются в байтах, а мощность алфавита, то есть пароль и дополнительные сведения вычисляются в битах (смотри формулу Хартли). Пароль и дополнительные сведения символами из 26-символьного набора латинских букв. У нас $N=26$ бит, нужно определить значение i (в битах). Четырех битов чтобы закодировать 26 символов нам не хватит: $2^4=16$, а вот пяти хватит – $2^5=32$. Это значит, что каждый символ и пароля и дополнительных сведений кодируется пятью битами.

На пароль у нас отводится 7 символов, или 35 битов: $7 \times 5 = 35$.

Ранее мы указали, что на одного пользователя отводится 20 байт, то есть сведения измеряются в байтах. Переведем 35 бит в байты. В одном байте 8 бит. Делим 35 на 8. Получаем 4 с остатком. Количество байт дробным быть не может. В 4 байта мы не можем поместить 35 бит ($4 \times 8 = 32$). Значит нам потребуется 5 байт для того, чтобы в них можно было разместить 35 бит.

Изобразим это графически.



Все сведения на одного пользователя занимают 20 байт, пароль займет 5 байт, значит на дополнительные сведения о пользователе будет отведено $20-5=15$ байт.

Ответ: 15 байт

Задача 2

Объем сообщения – 7,5 Кбайт. Известно, что данное сообщение содержит **7680 символов**. Какова мощность алфавита?

Решение

Вспользуемся понятиями мощность алфавита и информационный объем сообщения.

Мощность алфавита (формула Хартли): $N=2^i$ где N – мощность алфавита, а i – количество битов для хранения одного символа.

Информационный объем сообщения: $I=Q*i$ здесь I – информационный объем сообщения, Q – количество символов, i – количество битов для хранения одного символа.

Вспользуемся формулой $I=Q*i$

Объем сообщения равен 7,5 кбайт

Количество символов 7680

Найдем i .

Переведем 7,5 кбайт в биты: $i=7,5 \text{ кбайт}=7,5*2^{13} \text{ бит}$

$$i = \frac{7,5 * 2^{13}}{7680} = \frac{7,5 * 2^{13}}{15 * 2^9} = \frac{7,5 * 16}{15} = 8$$

То есть 8 бит на один символ. Далее воспользуемся формулой Хартли $N=2^i$

$2^8=256$, это и есть мощность алфавита.

Ответ: 256

Задача 3

В некоторой стране автомобильный номер длиной 7 символов составляют из заглавных букв (задействовано 23 различные буквы) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством

байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов).

Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 50 номеров. Ответ дать в байтах.

Решение

Сначала подсчитаем мощность нашего алфавита. У нас задействовано 23 буквы и 10 цифр, то есть всего 33 символа. Далее определяем сколько бит весит один символ. Используем формулу Хартли $N=2^i$ Нам нужно найти i .

Пяти бит нам не хватает, так $2^5=32$. Нам нужно взять $i=6$, тогда $2^6=64$, что больше 33. Итак, 1 символ кодируется 6 битами.

Один номер состоит из 7 символов, на него потребуется $7*6=42$ бита. Переводим биты в байты. Получаем 5 с лишним байтов: $42/8=5,...$ Байт дробным быть не может, значит надо взять не 5, а 6 байтов. Таким образом 1 номер-6 байт. Нам же нужно определить сколько байт отводится под 50 номеров. $50*6=300$ байт.

Ответ – 300 байт

Задача 4

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 11 символов и содержащий только символы А, Б, В, Г, Д, Е. каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт, при этом используют посимвольное кодированием все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите, сколько байт необходимо для хранения 20 паролей.

Решение

Определяем мощность нашего алфавита. У нас 6 букв, значит $N=6$ (в формуле Хартли $N=2^i$). отсюда определяем i , то есть сколько бит нам нужно для кодирования одного символа. $2^2=4$ – мало, можно закодировать только 4 буквы. $2^3=8$ – подойдет, 6 больше 6. Это значит, что 1 символ равен 3 битам. Таким образом 1 пароль равен $11*3=33$ бита. Переведем в байты. $33/8=4$ с остатком. Но так как байт дробным быть не может, то у нас получится 5 байтов, значит один пароль занимает 5 байтов. Осталось посчитать, сколько байтов займут 20 паролей. $20*5=100$ байтов.

Ответ – 100 байтов

Задача 4