

Решение заданий 2

Вспоминаем таблицу логических операций.

Сводная таблица логических операций

A Высказывание	B Высказывание	$\neg A$ Отрицание A	$A \wedge B$ Конъюнкция	$A \vee B$ Дизъюнкция	$A \oplus B$ Дизъюнкция (строгая)	$A \rightarrow B$ Импликация	$A \sim B$ Эквивалентность
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1	1

Задание

Логическая функция F задаётся выражением $((x \rightarrow y) \equiv (z \rightarrow w)) \vee (x \wedge w)$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F . Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1				0
1	1			0
1	1	1		0

Решение

Последнее действие в этой функции – дизъюнкция. В результате этого действия функция получилась равной нулю. Это может быть тогда и только тогда, когда оба слагаемых равны нулю, то есть и $((X \rightarrow Y) \equiv (Z \rightarrow W))$ должно быть равно нулю и $(X \wedge W)$ тоже должно равняться нулю.

Составим и начнем заполнять таблицу истинности.

X	Y	Z	W	$X \rightarrow Y$	$Z \rightarrow W$	$X \wedge W$	F
							0
							0
							0
							0

Сначала заполним все возможные варианты нулей и единиц для X и Y

X	Y	Z	W	X → Y	Z → W	X ∧ W	F
0	0						0
0	1						0
1	0						0
1	1						0

Далее заполняем столбец $Z \rightarrow W$. Функция следования равна нулю тогда, когда слева стоит единица, а справа – ноль. В остальных случаях функция следования равна единице.

X	Y	Z	W	X → Y	Z → W	X ∧ W	F
0	0			1			0
0	1			1			0
1	0			0			0
1	1			1			0

Рассмотрим выражение $(X \rightarrow Y) \equiv (Z \rightarrow W)$. Оно должно быть равно нулю. Последней выполняется функция тождества, которая равна нулю если левая и правая части функции не тождественны, то есть не равны друг другу. Заполним столбец $Z \rightarrow W$ (значения столбца $X \rightarrow Y$ меняем на противоположное).

X	Y	Z	W	X → Y	Z → W	X ∧ W	F
0	0			1	0		0
0	1			1	0		0
1	0			0	1		0
1	1			1	0		0

Поскольку значение $(X \wedge W)$ тоже должно быть равно нулю (смотри выше), проставляем нули в столбец $X \wedge W$.

X	Y	Z	W	X → Y	Z → W	X ∧ W	F
0	0			1	0	0	0
0	1			1	0	0	0
1	0			0	1	0	0
1	1			1	0	0	0

Рассмотрим столбец $Z \rightarrow W$. Это функция следования. Она равна нулю, когда $Z=1$, а $W=0$. В остальных случаях она равна единице. То есть мы смело можем заполнить первую, вторую и четвертую строчки в столбцах Z и W .

X	Y	Z	W	$X \rightarrow Y$	$Z \rightarrow W$	$X \wedge W$	F
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0			0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0

Осталось разобраться с Z и W в третьей строке. Функция $Z \rightarrow W$ в этой строке равна единице. Такое может быть в следующих комбинациях нулей и единиц:

Z	W
0	0
0	1
1	1

Значение $X \wedge W$ в этой строке равно 0, а это значит, что нам подойдет только комбинация $Z=0$ и $W=0$.

X	Y	Z	W	$X \rightarrow Y$	$Z \rightarrow W$	$X \wedge W$	F
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0

Мы заполнили таблицу истинности. В ней 4 строки, а в условии задачи – три. Какую-то строку надо будет проигнорировать.

По условию задания				Получилось в результате решения			
???	???	???	???	X	Y	Z	W
1				0	0	1	0
1	1			0	1	1	0
1	1	1		1	0	0	0
				1	1	1	0

Рассматривая полученную таблицу, видим, что третья строка явно не подходит, если не брать в расчет, то остальные строки нам подходят.

По условию задания				Получилось в результате решения			
???	???	???	???	X	Y	Z	W
1				0	0	1	0
1	1			0	1	1	0
1	1	1					
				1	1	1	0

Теперь мы можем с уверенностью сказать, что первый столбец – это Z, а четвертый – W. Второй столбец – это Y, третий – X.

По условию задания			
Z	Y	X	W
1	0	0	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Ответ: ZYXW